



Kvadratna funkcija

Kvadratna funkcija ili **polinom drugog stupnja** je funkcija $f: R \rightarrow R$ definirana formulom

$f(x) = ax^2 + bx + c$. Koeficijenti a, b i c su realni brojevi te vrijedi $a \neq 0$.

Graf kvadratne funkcije je **parabola** dana jednačbom $y = ax^2 + bx + c$.

Točka **tjemena** parabole je točka u kojoj parabola poprima najmanju odnosno najveću vrijednost (min/max)

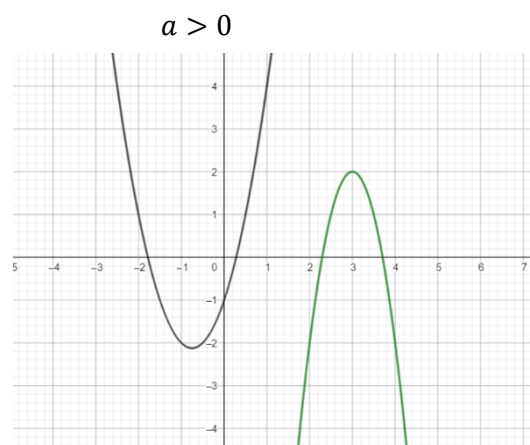
$$T(x_0, y_0) \quad x_0 = -\frac{b}{2a} ; \quad y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Pomaci grafa kvadratne funkcije:

- Graf kvadratne funkcije $f(x) = ax^2$ - crtamo koristeći tablicu
Točka tjemena $T(0,0)$
- Graf kvadratne funkcije $f(x) = ax^2 + c$ - crtamo tako da svaku točku grafa $f(x) = ax^2$ pomičemo u smjeru osi y za vrijednost c dolje odnosno gore ($c > 0$ gore; $c < 0$ dolje).
Točka tjemena $T(0, c)$
- Graf kvadratne funkcije $f(x) = a(x - x_0)^2$ - crtamo tako da svaku točku grafa $f(x) = ax^2$ pomičemo u smjeru osi x za vrijednost x_0 lijevo odnosno desno ($x_0 > 0$ desno; $x_0 < 0$ lijevo).
Točka tjemena $T(x_0, 0)$
- Graf kvadratne funkcije $f(x) = a(x - x_0)^2 + y_0$ - crtamo tako da svaku točku grafa $f(x) = ax^2$ pomičemo u smjeru osi x za vrijednost x_0 lijevo odnosno desno, potom dobivene točke pomičemo u smjeru osi y za vrijednost y_0 gore odnosno dolje.
Točka tjemena $T(x_0, y_0)$

Vodeći koeficijent a određuje nam otvor parabole:

- Ako je $a < 0$ otvor parabole okrenut je prema dolje ☹️
- Ako je $a > 0$ otvor parabole okrenut je prema gore 😊



$a < 0$

Nultočka kvadratne funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$ je točka $(x, f(x) = 0)$ presjeka grafa funkcije i osi apscisa.

Apscisa nultočke, tj. vrijednost varijable x za koju je $f(x) = 0$ naziva se **nulište funkcije**.

Vrijednost nulišta kvadratne funkcije računamo tako da riješimo kvadratnu jednadžbu $ax^2 + bx + c = 0$.

Kvadratna funkcija ima:

- **Dvije nultočke** ako je $D > 0$ za pripadajuću kvadratnu jednadžbu.
- **Jednu nultočku** u kojoj parabola samo dodiruje os apscisa ako je $D = 0$ za pripadajuću kvadratnu jednadžbu.
- **Nema realnih nultočaka**, tj. parabola ne siječe os apscisa ako je $D < 0$ za pripadajuću kvadratnu jednadžbu.

Nultočke kvadratne funkcije na grafu funkcije prikazujemo kao sjecišta grafa kvadratne funkcije s osi apscisa.

Zadaci:

1. Prikaži grafički funkcije:

- $f(x) = -2x^2$
- $f(x) = -2(x - 3)^2$
- $f(x) = -2x^2 + 1$
- $f(x) = -2(x - 1)^2 + 3$

Odredi točke tjemena danih parabole.

2. Dana je funkcija $f(x) = x^2 - x - 2$ odredi:

- točku tjemena parabole.
- nultočku funkcije.
- sjecište grafa funkcije s osi ordinata.
- nacrtaj graf funkcije.
- interval rasta i interval pada funkcije.
- domenu funkcije i skup svih vrijednosti funkcije.
- za koje realne brojeve x funkcija poprima pozitivne vrijednosti ?

3. Odredi kvadratnu funkciju čiji graf sadrži točke $A(-4,6)$, $B(-2,0)$ i $C(2,-4)$.

4. Odredi kvadratnu funkciju koja za -2 postiže maksimum 8 i za koju vrijedi $f(0) = 6$.

5. Odredi kvadratnu funkciju kojoj je minimum $-\frac{9}{4}$ i za koju vrijedi $f(-2) = f(3) = 4$.

6. Odredite kvadratnu funkciju koja prolazi točkom $A(5,1)$ i ima tjeme u točki $T(2,-4)$.

7. Grafu koje od navedenih funkcija je os simetrije pravac s jednačbom $x = 4$?

- a) $f(x) = (x - 2)(x - 6)$
- b) $f(x) = (x + 2)(x + 6)$
- c) $f(x) = (x + 2)(x - 4)$
- d) $f(x) = (x - 2)(x + 4)$

8. Neka je $a \geq 2$. Za koji je od navedenih argumenata vrijednost funkcije $f(x) = x^2 + 2x + 1$ najmanja?

- a) $x = -3a$
- b) $x = -2a$
- c) $x = \frac{a}{2}$
- d) $x = \frac{a}{3}$

9. Odredite interval rasta funkcije $f(x) = -x^2 + 20x$.

10. Odredite jednačbu parabole prikazane na slici.

11. Odredite sve realne brojeve a za koje funkcija

$f(x) = ax^2 + 3x - 2$ siječe os apscisa u dvjema točkama.

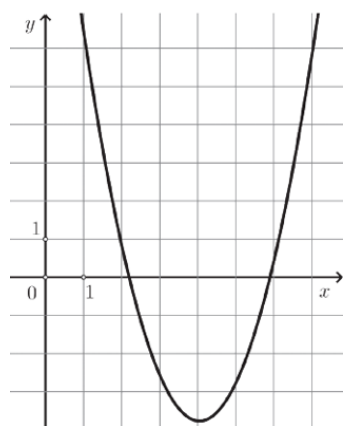
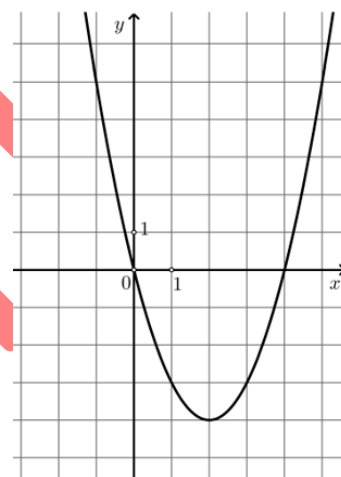
12. Kvadratna funkcija $f(x) = -4x^2 + 11x + c$ ima samo jednu nultočku. Koja od navedenih tvrdnji vrijedi za koeficijent c ?

A $c < -11$

B $-11 < c < -4$

C $-4 < c < 25$

D $c > 25$



13. Koja od navedenih nejednakosti je točna za funkciju f čiji je graf prikazan na slici ?

- a) $f(1) < f(2)$
- b) $f(2) < f(3)$
- c) $f(3) < f(4)$
- d) $f(4) < f(5)$

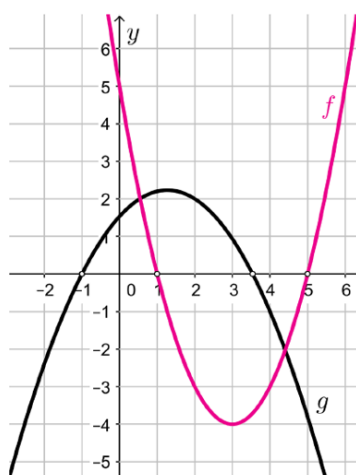
14. Na slici su prikazani grafovi funkcija f i g . Koji je od navedenih umnožaka negativan ?

A $f(0) \cdot g(0)$

B $f(1) \cdot g(1)$

C $f(3) \cdot g(3)$

D $f(4) \cdot g(4)$



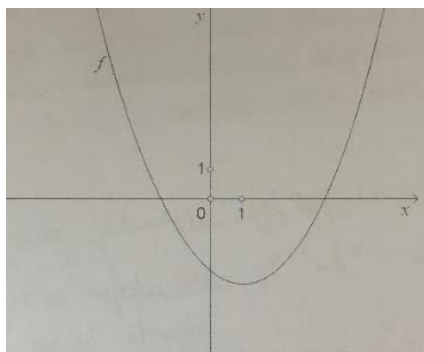
15. Na slici je prikazan graf funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$. Koji je od navedenih brojeva pozitivan ?

A $a \cdot c$

B $b \cdot c$

C $c - a$

D $b - a$



16. Zadana je kvadratna funkcija $f(x) = 3x^2 + 12x - 15$.

a) Napišite jednađbu osi simetrije grafa funkcije f .

b) Odredite sve realne brojeve x za koje funkcija f poprima negativne vrijednosti.

17. Kolika je vrijednost realnoga parametra k u zapisu funkcije $f(x) = x^2 - 2x + k$ kojoj je slika Interval $[5, +\infty)$?